$\boxed{\text{Cinématique}}$

I) Vitesse et accélération

1) Notion de trajectoire

- Un mouvement donc une application qui à un point M associe un vecteur position $\overrightarrow{OM}(t)$ dans un référentiel précis.
- Une trajectoire est l'ensemble des points pour lesquelles M passe. Elle dépend du référentiel choisi.

2) Vitesse

- On se place dans un référentiel. Par définition, la vitesse est la dérivée par rapport au temps du vecteur position dans le référentiel considéré :

$$\boxed{\vec{v} = \left(\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right)_R}$$

- $\vec{v}$ est tangent à la trajectoire.

3) Accélération

- Par définition, l'accélération est la dérivée par rapport au temps du vecteur vitesse dans le référentiel considéré :

$$\boxed{\vec{a} = \left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right)_R = \left(\frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}\right)_R}$$

- En coordonnées cartésienne :

$$\boxed{\begin{aligned} &\overrightarrow{OM} = x\times\overrightarrow{u_x} + y\times\overrightarrow{u_y} + z\times\overrightarrow{u_z} \\ &\vec{v} = \dot{x}\,\overrightarrow{u_x} + \dot{y}\,\overrightarrow{u_y} + \dot{z}\,\overrightarrow{u_z} \\ &\vec{a} = \ddot{x}\,\overrightarrow{u_x} + \ddot{y}\,\overrightarrow{u_y} + \ddot{z}\,\overrightarrow{u_z} \end{aligned}}$$

4) Vitesse et accélération dans une base mobile

- En coordonnées cylindriques :

Rappel :

$$\overrightarrow{u_r} = \cos(\theta)\overrightarrow{u_x} + \sin(\theta)\overrightarrow{u_y}$$

$$\overrightarrow{u_\theta} = -\sin(\theta)\overrightarrow{u_x} + \cos(\theta)\overrightarrow{u_y}$$

$$\boxed{\begin{aligned} &\overrightarrow{OM} = r\overrightarrow{u_r} + z\overrightarrow{u_z} \\ &\dot{\overrightarrow{u_r}} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{u_\theta} \\ &\dot{\overrightarrow{u_\theta}} = -\dot{\theta}\,\overrightarrow{u_r} \end{aligned}}$$

On peut donc facilement en déduire la vitesse et l'accélération.

II) Etude de quelques mouvements usuels

1) Mouvement rectiligne et uniforme

- Rectiligne : La trajectoire est une droite.
- Uniforme : La norme du vecteur vitesse est constante donc l'accélération est nulle

- Au final,

$$\boxed{\begin{array}{l} \vec{v} = cst \\ \vec{a} = 0 \\ \overrightarrow{OM} = v_0 t \times \overrightarrow{u_x} + \overrightarrow{OM}(0) \end{array}}$$

2) Mouvement à accélération constante

- $\boxed{\vec{a} = \overrightarrow{a_0} = \overrightarrow{a_0} \times \overrightarrow{u_x}}$

- <u>Equations horaires</u> :

$$\boxed{\begin{array}{l} \overset{\bullet\bullet}{\overrightarrow{OM}} = a_0 \times \overrightarrow{u_x} \\ \overset{\bullet}{\overrightarrow{OM}} = a_0 t \times \overrightarrow{u_x} + \vec{v}(0) \\ \overrightarrow{OM} = \frac{1}{2} a_0 t^2 \times \overrightarrow{u_x} + \overrightarrow{v_0} t + \overrightarrow{OM}(0) \end{array}}$$

3) Mouvement accéléré

- La norme du vecteur vitesse augmente avec le temps donc la norme au carré augmente, c'est-à-dire que le produit scalaire de v par v augmente. De plus, on veut que :

$$\boxed{\frac{d(\vec{v}.\vec{v})}{dt} > 0 \Leftrightarrow 2\vec{v}.\frac{d\vec{v}}{dt} > 0 \Leftrightarrow 2(\vec{v}.\vec{a}) > 0}$$

- <u>Remarque</u> : Le mouvement est uniforme si et seulement si $\vec{v} . \vec{a} = 0$ donc si $\vec{v} \perp \vec{a}$

4) Mouvement sinusoïdal rectiligne

- Equation différentielle :

$$\boxed{\ddot{x} + \omega x = 0}$$

- Voir le programme de terminal : http://www.zonegeeks.com/cours/terminale.php

5) Mouvement circulaire et uniforme

- Equation paramétrique du mouvement :

$$\boxed{\begin{cases} x(t) = R \times \cos\theta(t) \\ y(t) = R \times \sin\theta(t) \end{cases}}$$

- Vitesse angulaire : $\boxed{\dot{\theta} = \omega = cst \text{ donc } \theta(t) = \omega t + \theta_0}$

- Période : $\boxed{T = \dfrac{2\pi}{\omega}}$