

Définition : Soit f une fonction définie sur un intervalle I . f est dérivable en $a \in I$ si et seulement si

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \in \mathbb{R}$$

et ce nombre s'appelle alors nombre dérivée de f en a et est noté $f'(a)$.

f est dérivable en $a \in I$, si et seulement si f admet en a un développement limité d'ordre 1 c'est à dire si il existe un réel $f'(a)$ et une fonction ϵ nulle en a avec $\lim_{x \rightarrow a} \epsilon(x) = 0$ telle que

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x - a) + (x - a)\epsilon(x)$$

pour x dans un voisinage de a .

La fonction

$$x \longrightarrow f(a) + f'(a)(x - a)$$

s'appelle fonction affine tangente et sa courbe représentative est la droite tangente à la courbe de f en a dont l'équation réduite est :

$$y = f(a) + f'(a)(x - a)$$

Formules :

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$\forall \lambda \in \mathbb{R}, \quad (\lambda u)' = \lambda u'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = \frac{-u'}{u^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad (u^n)' = nu^{n-1}u'$$

$$\sqrt{u}' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}, \quad (u > 0)$$

$$(g \circ f)' = g' \circ f \times f'$$

$$\forall n \in \mathbb{Z}, \forall x \in \mathbb{R}, \quad (x^n)' = nx^{n-1}$$

$$\forall x \in \mathbb{R}^*, \left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{-1}{x^2}$$

$$\forall x \in \mathbb{R}^{+*}, \sqrt{x}' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\forall x \in \mathbb{R}, \sin'(x) = \cos x$$

$$\forall x \in \mathbb{R}, \cos'(x) = -\sin x$$

$$\forall x \in]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[, \quad \tan'(x) = 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\forall x \in]0; +\infty[, \quad \ln'(x) = \frac{1}{x}$$

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad \exp'(x) = \exp(x)$$

$$\forall r \in \mathbb{Q}, \forall x \in \mathbb{R}^{+*}, \quad (x^r)' = rx^{r-1}$$